Вестник Донского государственного технического университета. 2020. Т. 20, № 2. С. 118–124. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006
Vestnik of Don State Technical University. 2020. Vol. 20, no. 2, pp. 118–124. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006

МЕХАНИКА
MECHANICS

УДК 539.3 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2020-20-2-118-124

Поперечные колебания круглого биморфа с пьезоэлектрическим и пьезомагнитным слоями

А. Н. Соловьев, До Тхань Бинь, О. Н. Лесняк
ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

Введение. Статья посвящена исследованию поперечных осесимметричных колебаний биморфа с двумя пьезоактивными слоями: пьезоэлектрическим и пьезомагнитным. Этот элемент может найти применение в устройстве накопления энергии, которое находится в переменном магнитном поле. Целью работы являлось исследование зависимости частот резонанса, антирезонанса и коэффициента электромеханической связи от геометрических параметров элемента.
Материалы и методы. Математической моделью работы пьезоэлемента является краевая задача линейной магнитоэлектроупругости. Элемент состоит из трех слоев: двух пьезоактивных (PZT-4 и $CoFe_2O_4$) и среднего пассивного слоя, выполненного из стали. В качестве метода решения краевой задачи используется метод конечных элементов, реализованный в пакете ANSYS.
Результаты исследования. Разработана конечно-элементная модель пьезоэлемента в пакете ANSYS. Решены задачи определения собственных частот резонанса и антирезонанса. Построены графические зависимости этих частот и коэффициента электромеханической связи в зависимости от геометрических параметров устройства — толщины и радиуса пьезоактивных слоев.
Обсуждение и заключения. Полученные результаты могут быть использованы в процессе конструирования рабочего элемента устройства накопления энергии за счет действия переменного магнитного поля. Построенные зависимости собственных частот резонанса и антирезонанса от геометрических параметров пьезоэлемента позволяют выбрать размеры пьезоактивных слоев для заданной рабочей частоты при наибольшем коэффициенте электромеханической связи.

Ключевые слова: устройство накопления энергии, пьезоэлектрики, пьезомагнетики, метод конечных элементов, собственные частоты колебаний.

Образец для цитирования: Соловьев, А. Н. Поперечные колебания круглого биморфа с пьезоэлектрическим и пьезомагнитным слоями / А. Н. Соловьев, До Тхань Бинь, О. Н. Лесняк // Вестник Донского государственного технического университета. — 2020. — Т. 20, № 2. — С. 118–124. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2020-20-2-118-124

Финансирование: работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проектная часть государственного заказа № 9.1001.2017/ПЧ и Правительства Российской Федерации, контракт № 075-15-2019-1928.

Transverse vibrations of a circular bimorph with piezoelectric and piezomagnetic layers

A. N. Solov'ev, Do Thanh Binh, O. N. Lesnyak
Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

Introduction. Transverse axisymmetric oscillations of a bimorph with two piezo-active layers, piezoelectric and piezomagnetic, are studied. This element can be applied in an energy storage device which is in an alternating magnetic field. The work objective is to study the dependence of resonance and antiresonance frequencies, and electromechanical coupling factor, on the geometric parameters of the element.
Materials and Methods. A mathematical model of the piezoelement action is a boundary value problem of linear magneto-electro-elasticity. The element consists of three layers: two piezo-active layers (PZT-4 and $CoFe_2O_4$) and a

centre dead layer made of steel. The finite element method implemented in the ANSYS package is used as a method for solving a boundary value problem.
Results. A finite element model of a piezoelement in the ANSYS package is developed. Problems of determining the natural frequencies of resonance and antiresonance are solved. Graphic dependences of these frequencies and the electromechanical coupling factor on the device geometrics, the thickness and radius of the piezo-active layers, are constructed.
Discussion and Conclusions. The results obtained can be used under designing the working element of the energy storage device due to the action of an alternating magnetic field. The constructed dependences of the eigenfrequencies of the resonance and antiresonance on the geometric parameters of the piezoelement provide selecting the sizes of the piezo-active layers for a given working frequency with the highest electromechanical coupling factor.

Keywords: energy storage device, piezoelectrics, piezomagnetics, finite element method, natural oscillation frequencies.

For citation: A. N. Solov'ev, Do Thanh Binh, O. N. Lesnyak. Transverse vibrations of a circular bimorph with piezoelectric and piezomagnetic layers. Vestnik of DSTU, 2020, vol. 20, no. 2, pp. 118–124. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2020-20-2-118-124

Funding information: the research is done with the support from the RF Ministry of Education and Science (project part of state order no. 9.1001.2017/ПЧ) and the Government of the Russian Federation (contract no. 075-15-2019-1928).

Введение. В создании сенсорных и измерительных систем, современной малогабаритной бытовой техники, телефонов сотовой связи и беспроводных сенсорных систем для наблюдения и диагностики технического состояния различных объектов не требуются мощные источники энергии, однако мобильность и энергонезависимость вышеперечисленных устройств являются обязательными. Устройства накопления энергии с пьезоактивными элементами, прямо преобразующими энергию механических колебаний в электрическую энергию, широко применяются для питания такого рода аппаратов. В [1–3] исследованы устройства накопления энергии с использованием пьезоэлектрических генераторов при воздействии механических нагрузок.

Если система находится в переменном магнитном поле, созданном постоянными магнитами, установленными на вращающихся деталях машины, то пьезомагнитный слой деформируется вместе с пьезоэлектрическим элементом. За счет этого происходит образование электрического тока. Guo-Liang Yu и др. в [7, 8] обсуждали теоретические модели многослойных магнитоэлектрических композитов для магнитоэлектрического отклика на резонансных частотах, соответствующих колебаниям изгибной и экстенсиональной моды. Теоретическая модель магнитных энергетических собирателей, использующих функционально-градиентный композитный кантилевер, проанализирована для улучшения собирающей способности и регулировки резонансной частоты в [9]. В [10] Y.F. Zhanga и др. изучали бифуркации, периодическую и хаотическую динамику четырехгранной композитной многослойной пьезоэлектрической прямоугольной пластины с простыми опорами. В [11] изучались изгибные и свободные колебания магнитоэлектроупругой пластины с поверхностными эффектами.

В настоящей работе рассматриваются осесимметричные колебания устройства. Изучено влияние радиуса и толщины пьезоэлектрической и пьезомагнитной пластин на частотные характеристики устройства (собственные частоты резонанса и антирезонанса) и на эффективность преобразования энергии колебаний в электрическую энергию, которая характеризуется коэффициентом электромеханической связи. В качестве метода решения задачи выбран метод конечных элементов, реализованный в пакете ANSYS.

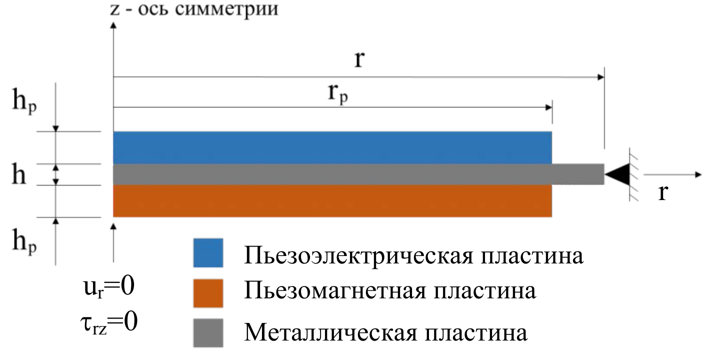


Рис. 1. Схема половины осевого сечения пьезомагнитоэлектрического генератора

Рассматриваемое устройство накопления энергии представляет собой осесимметричную конструкцию, которая состоит из металлического диска (подложка) с наклеенными на него двумя пьезоактивными слоями (рис. 1). Верхний слой — пьезоэлектрический, нижний — пьезомагнитный. Плоские поверхности пьезоэлектрического слоя покрыты электродами, которые подключены к внешней электрической цепи или один из электродов свободен, а на другом задан нулевой электрический потенциал. На пьезомагнитный слой действует переменное магнитное поле по гармоническому закону, внешний радиус подложки шарнирно закреплен. Математической моделью поперечных установившихся колебаний описанной конструкции является краевая задача линейной теории пьезомагнитоэлектроупругости [4]. В качестве инструмента решения выбран пакет ANSYS, в котором реализована модель пьезоэлектричества.

Краевая задача для пьезомагнитоэлектрического тела состоит из системы уравнений и граничных условий [4]:

$$\nabla \cdot \sigma + \rho f = \rho \ddot{u}, \quad \nabla \cdot D = \sigma_{\Omega}, \quad \nabla \cdot B = 0 \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \sigma &= c : \varepsilon - e^T \cdot E - h^T \cdot H \\ D &= e : \varepsilon + \kappa \cdot E + \alpha \cdot H \\ B &= h : \varepsilon + \alpha^T \cdot E + \mu \cdot H \end{aligned} \tag{2}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\left(\nabla u + \left(\nabla u\right)^T\right), \quad E = -\nabla \varphi, \quad B = -\nabla \phi, \tag{3}$$

где σ и ε — тензоры механических напряжений и деформации; D и E — векторы электрической индукции и напряженности электрического поля; B и H — векторы магнитной индукции и напряженности магнитного поля; ρ — плотность материала; c — тензор упругих модулей; e — тензор пьезоэлектрических модулей; h — тензор пьезомагнитных модулей; κ — тензор диэлектрических проницаемостей; α — тензор магнитоэлектрических модулей; μ — тензор магнитных проницаемостей; f — вектор плотности массовых сил; σ_{Ω} — объемная плотность электрических зарядов; u — вектор перемещений; φ и ϕ — электрический и магнитный потенциалы.

Граничные условия задаются для механических, электрических и магнитных компонент полей.

Механические граничные условия. Пусть поверхность S состоит из двух частей Γ_1 и Γ_2, так что $S = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$, причём $\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \varnothing$.

$$u = U \text{ на } \Gamma_1, \; n \cdot \sigma = p \text{ на } \Gamma_2. \tag{4}$$

Электрические граничные условия. Пусть поверхность S состоит из двух частей Γ_3 и Γ_4, так что $S = \Gamma_3 \cup \Gamma_4$, причём $\Gamma_3 \cap \Gamma_4 = \varnothing$.

$$\varphi = \varphi(x,t) \text{ на } \Gamma_3, \; n \cdot D = -\sigma_0 \text{ на } \Gamma_4, \tag{5}$$

где σ_0 — плотность поверхностных зарядов. Кроме того, в случае если электроды подключены к внешней цепи, необходимо добавить два условия:

$$\varphi\big|_{S_E} = v, \quad \iint_{S_E} n \cdot D dS = I, \tag{6}$$

где s_E — площадь электрода; v — неизвестный потенциал, который находится из второго условия; I — электрический ток.

Магнитные граничные условия. Пусть поверхность S состоит из двух частей Γ_5 и Γ_6, так что $S = \Gamma_5 \cup \Gamma_6$, причём $\Gamma_5 \cap \Gamma_6 = \varnothing$.

$$\phi = \phi(x,t) \text{ на } \Gamma_5, \; n \cdot B = \sigma_1 \text{ на } \Gamma_6 \tag{7}$$

где σ_1 — плотность поверхностных свободных токов вдоль границы.

Для упругого слоя используются первые уравнения в системе (1)–(3), неизвестными являются компоненты вектора смещений u, для пьезоэлектрического к ним добавляются вторые уравнения, неизвестны u и электрический потенциал φ, а для пьезомагнитного к первым уравнениям добавляются третьи и к неизвестным смещениям — магнитный потенциал ϕ. При этом соотношения (2) преобразуются обнулением соответствующих констант.

Конечно-элементное моделирование. Компьютерная модель устройства построена в конечно-элементном пакете ANSYS. Металлическая подложка (сталь) имеет толщину h и радиус r. Пьезоактивные слои состоят из одной пьезокерамической и одной пьезомагнитной пластин, которые поляризованы по толщине, имеют толщину h_p и радиус r_p (рис. 1).

В конечно-элементной модели устройства для металлического и пьезоэлектрического слоев используются в качестве конечных элементов PLANE42 и PLANE13 соответственно. В этой работе

пьезомагнитный слой моделируется конечным элементом PLANE13, в котором пьезоэлектрические свойства материала заменены на пьезомагнитные. Это возможно сделать по двум причинам: пьезослои между собой не контактируют, качественно уравнения для электрического и магнитного потенциалов совпадают.

Свойства пьезоактивных слоев, используемые в расчетах, представлены в таблицах 1–2: пьезокерамика — PZT-4, пьезомагнитный материал — $CoFe_2O_4$ [5, 6], клеевые слои не учитываются.

Таблица 1

Материальные свойства пьезокерамики PZT-4

C_{11}^E, Гпа	C_{12}^E, Гпа	C_{13}^E, Гпа	C_{33}^E, Гпа	C_{44}^E, Гпа	e_{31}, Кл/м^2	e_{33}, Кл/м^2	e_{15}, Кл/м^2	k_{11}/ε_0	k_{33}/ε_0
139	77,8	74,3	115	25,6	–5,2	15,1	12,7	730	635

Здесь $\varepsilon_0 = 8,85\times10^{-12}$ Ф/м, плотность пьезокерамики PZT-4 $\rho = 7500$ кг/м^3.

Таблица 2

Материальные свойства пьезомагнитного элемента $CoFe_2O_4$

C_{11}^M, Гпа	C_{12}^M, Гпа	C_{13}^M, Гпа	C_{33}^M, Гпа	C_{44}^M, Гпа	Q_{31}, Н/А м	Q_{33}, Н/А м	Q_{15}, Н/А м	λ_{11}, Н с^2/Кл^2	λ_{33}, Н с^2/Кл^2
286	173	170	269,5	45,3	580,3	699,7	550	5,9x10^{-4}	1,57x10^{-4}

Плотность пьезомагнитного элемента $CoFe_2O_4$ $\rho = 5290$ кг/м^3.

Упругие свойства изотропного материала подложки характеризуются модулем Юнга E и коэффициентом Пуссона ν, в расчетах использовались $E = 200$ ГПа, $\nu = 0,29$, плотность $\rho = 7860$ кг/м^3 (сталь).

Для достижения высокой точности в расчетах размер конечного элемента металлической слоя установлен значением не выше $1/5$ его толщины, размер конечного элемента пьезослоев автоматически установлен. Сетка конечных элементов устройства накопления энергии представлена на рис. 2.

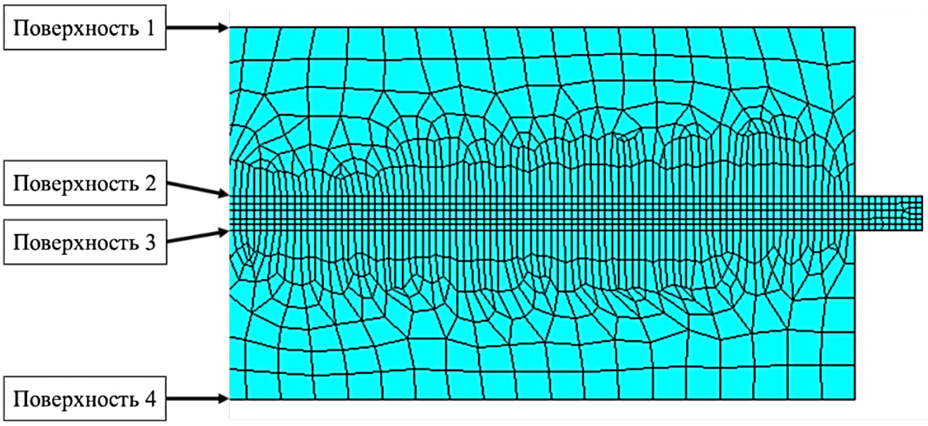


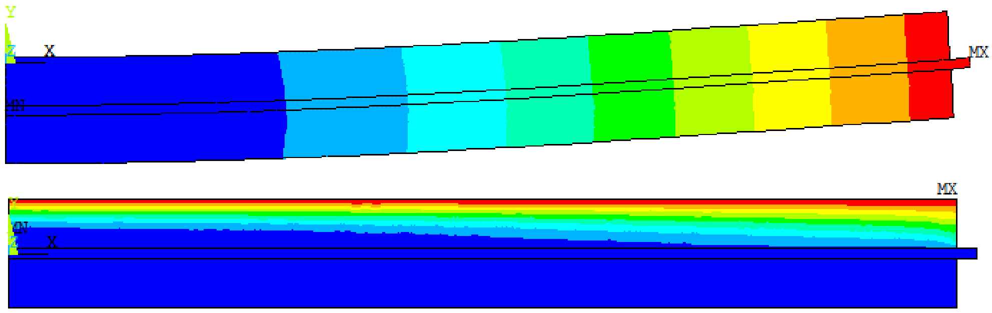
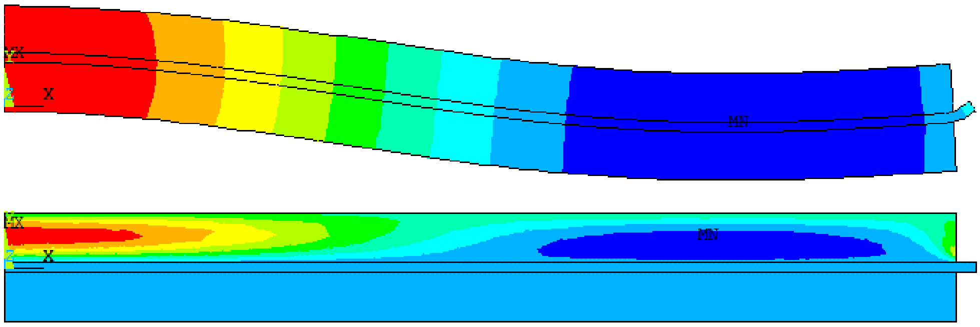
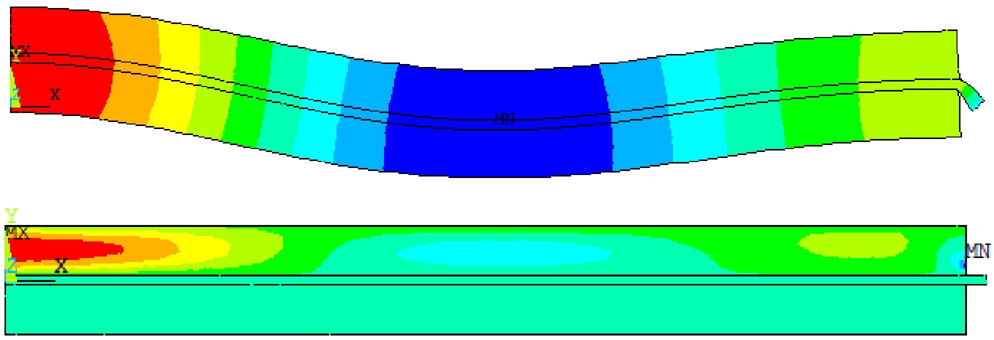
Рис. 2. Сетка конечных элементов устройства накопления энергии.
Поверхности 1, 4 — внешние поверхности пьезослоев; поверхности
2, 3 — контактные поверхности между пьезослоями и металлическим слоем

При анализе собственных колебаний пьезоэлектромагнитного устройства накопления энергии предполагается выполнение следующих механических и электромагнитных граничных условий. На левом конце заданы условия симметрии, правый конец шарнирно закреплен (рис. 1). Для вычисления частоты резонанса устройства электрические потенциалы заданы на поверхностях 1, 2; на поверхности 3 задан магнитный потенциал; плотность магнитного потока задана на поверхности 4. В случае вычисления частоты антирезонанса устройства на поверхностях 1–4 заданы такие же граничные условия, как для вычисления частоты резонанса. Однако электрический потенциал на поверхности 1 неизвестен и находится из условия (6).

Численные результаты. Рассматриваются собственные колебания пьезоэлемента, радиус которого составляет r_p=9,8 мм, толщины пьезослоев h_p=0,5 мм, радиус подложки r=10 мм, толщина подложки h=0,1 мм. В таблице 3 представлены первые три собственные частоты антирезонанса.

Таблица 3

Собственные частоты антирезонанса

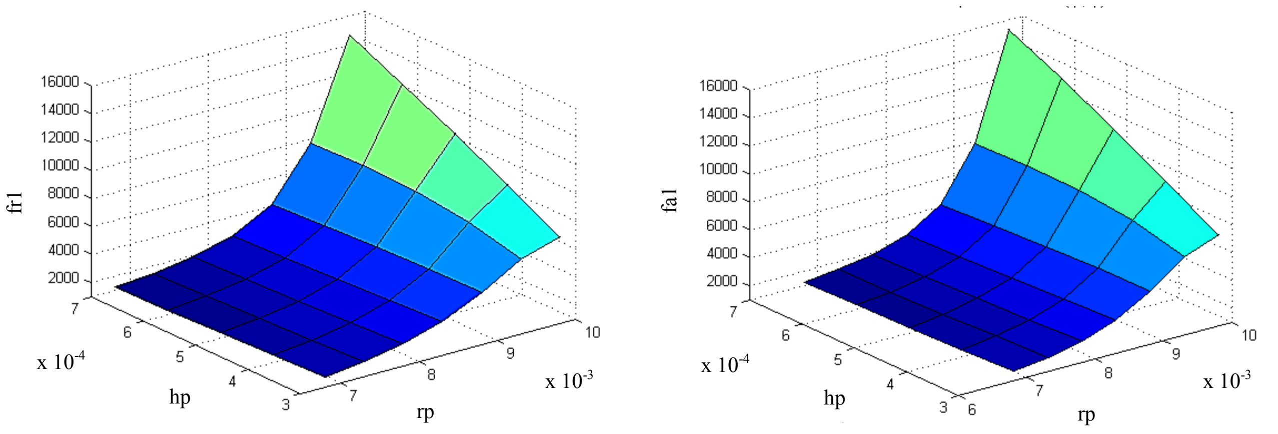
№	Частота антирезонанса, кГц	Распределение вертикального смещения на деформированном состоянии и распределение электрического и магнитного потенциала на недеформированном образце
1	11,675	
2	56,748	
3	115,572	

В таблице 3 представлены распределения вертикального смещения, электрического и магнитного потенциала, при этом последние представлены в единой шкале, поэтому отображение магнитного потенциала не является наглядным. Для построения приближенной теории расчета колебаний рассмотренного биморфа, проведен анализ напряженно-деформированного состояния, электрического и магнитного полей, который показывает, что для низших изгибных мод могут быть принятые гипотезы об их распределении, соответствующие изгибу пластин.

В представленных ниже результатах численных расчетов исследуется зависимость собственных частот резонанса и антирезонанса, коэффициента электромеханической связи от геометрических параметров.

Когда число чередующихся пьезоэлектрических и пьезомагнитных слоев становится достаточно большим, возможно использование подхода на основе эффективных свойств пьезомагнитоэлектрического композита [5, 6]. В этом случае используются все уравнения задачи (1−3).

Значение толщины пьезослоев h_p изменяется в пределах 0,3÷0,7 мм, а радиуса r_p — в пределах 6,8÷9,8 мм.



а) *б)*

Рис. 3. Собственные частоты: а — частота резонанса,
б — частота антирезонанса

На рис. 3 представлены зависимости собственной частоты от значения толщины h_p и радиуса r_p пьезослоев. Из рис. 3 видно, что значения собственных частот возрастают с увеличением радиуса.

На рис. 4 представлена зависимость коэффициента электромеханической связи от значения толщины h_p и радиуса r_p пьезослоев. Из рис. 4 видно, что значение собственной частоты возрастает с ростом радиуса пьезослоев r_p, но убывает с ростом толщины пьезослоев h_p.

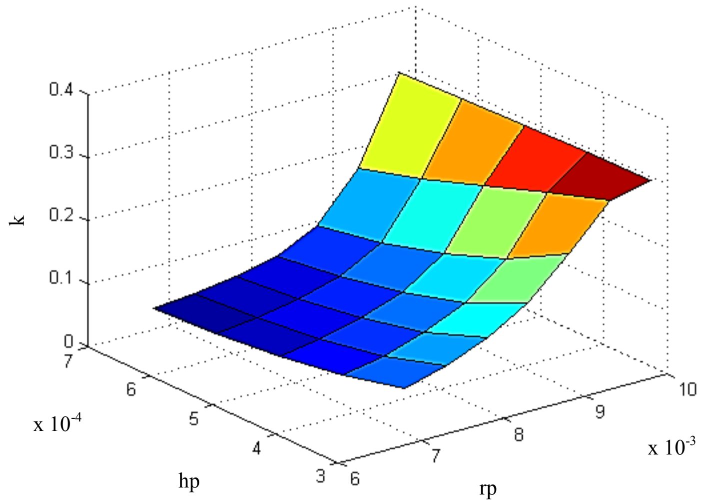


Рис. 4. Коэффициент электромеханической связи

Заключение. В работе рассматривается осесимметричная конечно-элементная модель устройства накопления энергии на основе круглых пластин в пакете ANSYS. Активными элементами устройства накопления энергии являются пьезоэлектрическая и пьезомагнитная пластины, закреплённые на металлической пластине. Исследовано влияние геометрических характеристик пьезослоев в условиях определенных ограничений на размеры устройства, на коэффициент электромеханической связи, который показывает эффективность устройства накопления энергии. Результаты расчетов, приведенные в работе, позволяют выбрать рациональные размеры пьезоэлементов, работающих на определенной частоте и имеющие наибольшую эффективность. Данный анализ показывает, что максимальное значение коэффициента электромеханической связи достигается, когда толщина и радиус пьезослоев соответственно принимают наибольшее и наименьшее значения в рассматриваемых пределах.

Библиографический список

1. Shevtsov S. N. Piezoelectric Actuators and Generators for Energy Harvesting / S. N. Shevtsov, A. N. Soloviev, I. A. Parinov, A. V. Cherpakov and V. A. Chebanenko // Heidelberg, Springer, 2018.

2. Зыонг, Л. В. Конечно-элементное моделирование пьезоэлектрических устройств накопления энергии с усложненными физико-механическими свойствами : дис…. канд. техн. наук / Ле Ван Зыонг. — Ростов-на-Дону, 2014. — 214с.

3. Duong, L. V. Finite Element Modeling and Experimental Studies of Stack-Type Piezoelectric Energy Harvester / L. V. Duong, M. T. Pham, V. A. Chebanenko, A. N. Solovyev, C. V. Nguyen //International Journal of Applied Mechanics. 2017, Vol. 9, No. 6, p. 1750084. doi: 10.1142/S1758825117500843

4. Kurbatova N.V. Finite element approach for composite magneto-piezoelectric materials modeling in ACELAN-COMPOS package / N.V. Kurbatova, D.K. Nadolin, A.V. Nasedkin, P.A. Oganesyan, A.N. Soloviev // Analysis and Modelling of Advanced Structures and Smart Systems. Series «Advanced Structured Materials». — 2018. — Vol. 81, H. Altenbach, E. Carrera, G. Kulikov (Eds.). Springer, Singapore. Ch.5. p. 69-88.

5. Jin-Yeon Kim. Micromechanical analysis of effective properties of magneto-electro-thermo-elastic multilayer composites / Jin-Yeon Kim // International Journal of Engineering Science. — 2011. — Vol. 49, p. 1001–1018.

6. Challagulla K.S. Micromechanical analysis of magneto-electro-thermo-elastic composite materials with applications to multilayered structures / K.S. Challagulla, A.V. Georgiades // International Journal of Engineering Science. — 2011. — Vol. 49, p.85–104.

7. Yu, G.-L. Theoretical investigation of magnetoelectric effect in multilayer magnetoelectric composites / Guo-Liang Yu, Huai-Wu Zhang, Fei-Ming Bai, Yuan-Xun Li, Jie Li // Composite Structures Journal. — 2015. — Vol. 119, p. 738–748. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.09.049

8. Yu, G.-L. Equivalent circuit method for resonant analysis of multilayer piezoelectric-magnetostrictive composite cantilever structures / Guo-Liang Yu, Huai-Wu Zhang, Yuan-Xun Li, Jie Li // Composite Structures Journal. — 2015. — Vol. 125, p. 367–476. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.02.001

9. Shi, Y. A functionally graded composite cantilever to harvest energy from magnetic field / Yang Shi, Hong Yao, Yuan-wen Gao // Journal of Alloys and Compounds. — 2017. — Vol. 693, p. 989–999. https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2016.09.242

10. Zhang Y. F. Analysis on nonlinear vibrations near internal resonances of a composite laminated piezoelectric rectangular plate / Y. F. Zhang, W. Zhang, Z. G. Yao // Engineering Structures Journal. — 2018. — Vol. 173, p. 89–106. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.04.100

11. Yang Y. Bending and free vibration of a circular magnetoelectroelastic plate with surface effects / Ying Yang, Xian-Fang Li // International Journal of Mechanical Sciences. — 2019. — Vol. 157-158, p. 858–871. https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2019.05.029

Сдана в редакцию 19.02.2020
Принята к публикации 09.04.2020

Об авторах

Соловьев Аркадий Николаевич, заведующий кафедрой «Теоретическая и прикладная механика», ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет», (344000, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор физико-математических наук, профессор, ResearcherID H-7906-2016, ScopusID 55389991900, ORCID: http://orcid.org/0000-0001-8465-5554, Solovievarc@gmail.com

До Тхань Бинь, аспирант кафедры «Теоретическая и прикладная механика», ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет», (344000, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: http://orcid.org/0000-0003-1002-2468, Dothanhbinh@mail.ru

Лесняк Ольга Николаевна, доцент кафедры «Теоретическая и прикладная механика», ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет», (344000, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: http://orcid.org/0000-0001-7410-0061, Lesniak.olga@yandex.ru

Заявленный вклад соавторов

А. Н. Соловьев — постановка задачи, обсуждение результатов. До Тхань Бинь — проведение обзора, выбор метода решения построения, математической и компьютерной модели, проведение расчетов, обсуждение результатов. О. Н. Лесняк — обсуждение результатов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.